1. cvičení - teorie

Definice 1 (Parciální derivace)**.** Nechť f je funkce n proměnných, $j \in \{1, \ldots, n\}, a \in \mathbb{R}^n$. Pak číslo

$$\frac{\partial f}{\partial x_j}(a) = \lim_{t \to 0} \frac{f(a + te_i) - f(a)}{t} = \\ = \lim_{t \to 0} \frac{f(a_1, \ldots, a_{i-1}, a_i + t, a_{i+1}, \ldots, a_n) - f(a_1, \ldots, a_n)}{t}$$

nazýváme *parciální derivací (prvního řádu) funkce* f podle j -té proměnné v bodě a (pokud limita existuje).

Notace 2. Derivaci funkce f podle j-té proměnné značíme mimo jiné také jako f'_{x_j}

Parciální derivace počítáme v podstatě tak, že jiné proměnné, než je x_j bereme jako čísla.

Fakt 3. Aritmetika derivací proto funguje pořád stejně.
$(f \pm g)' = f' \pm g'$
$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Definice 4. Funkce $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ je spojitá v k-té proměnné v bodě $a \in \mathbb{R}^n$, pokud $\lim_{t\to 0} f(a + te_k) = f(a)$

Fakt. Je-li funkce f spojitá v bodě a v k-té proměnné, pak co se výpočtu $f'_k(a)$ týče, můžeme používat věty z minulého semestru - např. větu 44.